

УДК 551.466.8:532.5

## ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН, ИЗЛУЧАЕМЫХ ЗАГЛУБЛЕННОЙ ПЛАВУЧЕЙ СТРУЕЙ. ЧАСТЬ 3. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН<sup>1</sup>

© 2010 г. В. Г. Бондур\*, Ю. В. Гребенюк\*, Е. В. Ежова\*\*, В. И. Казаков\*\*, Д. А. Сергеев\*\*,  
И. А. Соустова\*\*, Ю. И. Троицкая\*\*

\*ГУ Научный центр аэрокосмического мониторинга «Аэрокосмос» Рособразования и РАН

105064 Москва, Гореховый пер., 4

E-mail: vgbondur@aerocosmos.info

\*\*Институт прикладной физики РАН

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46

E-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 12.08.2009 г., после доработки 03.02.2010 г.

В Большом термостратифицированном бассейне ИПФ РАН проведена серия экспериментов по изучению поверхностных проявлений внутренних волн, излучаемых заглубленной плавучей струей. Для изучения поля течений на поверхности воды в бассейне было реализовано распределение температуры с мелким термоклинном. Выполнено измерение поля скоростей на поверхности с использованием метода Particle Tracking Velocimetry. Проведен теоретический расчет скорости возмущений на поверхности. Сопоставление с данными экспериментов показало, что для случая чистой воды теория дает завышенные значения скорости на поверхности. Предложено объяснение этого расхождения за счет присутствия пленки поверхностно-активных веществ (ПАВ), параметры которой были определены экспериментально. С учетом коэффициентов масштабного моделирования оценены параметры внутренних волн, излучаемых подводной сбросовой системой, и величины их поверхностных проявлений в натуральных условиях. Сделана оценка гидродинамических контрастов в поле поверхностных волн, которые могут быть вызваны этими неоднородными течениями на поверхности. При скорости ветра 5 м/с величина контраста в поле коротких волн может достигать 10–25%, что уверенно обнаруживается дистанционными методами.

**Ключевые слова:** лабораторное моделирование, внутренние волны, плавучие затопленные струи, проявление на поверхности.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Основная тенденция в развитии современных методов исследования прибрежных акваторий состоит в интенсивном использовании дистанционных методов зондирования морской поверхности [1, 2]. Их преимущество обусловлено, прежде всего, высокой производительностью мониторинга. Дистанционные методы, однако, позволяют получить лишь косвенную информацию о процессах в океане. При интерпретации результатов всегда возникает вопрос о механизмах проявления различных процессов и явлений в толще океана на радиолокационном или оптическом изображении [1].

В настоящей работе детально рассматривается один из возможных механизмов проявления на по-

верхности моря подводного стока из сбросовой системы, связанный с излучением поля внутренних волн [1, 3]. В двух первых частях этой работы рассмотрен механизм генерации внутренних волн [4] и структура волнового поля, возбуждаемого сбросовой системой [5]. Основной целью третьей части работы является оценка возможности проявления поля внутренних волн, создаваемого глубинным стоком, на поверхности моря. Для решения этой сложной задачи необходимо определить неоднородные поля течений, создаваемые внутренними волнами на поверхности моря, и оценить гидродинамические контрасты в поле поверхностных волн, вызванные такими течениями.

Исследование течений, создаваемых внутренними волнами на поверхности, проводилось на основе масштабного лабораторного моделирования в Большом термостратифицированном бассейне ИПФ РАН (БТСБ), а также на основании теоретической модели. Эксперименты включали в себя измерения

<sup>1</sup> Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В., Ежова Е.В. и др. Поверхностные проявления внутренних волн, излучаемых заглубленной турбулентной струей. **Часть 1.** Механизм генерации внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 6. С. 833–845. **Часть 2.** Поле внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 46. № 3. С. 376–389.

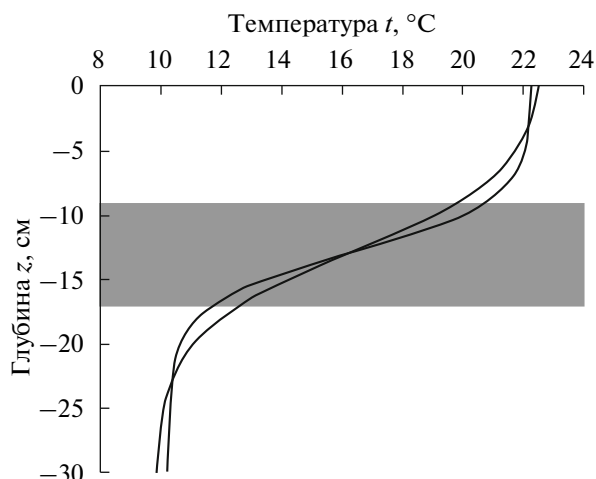


Рис. 1. Рабочие профили температурной стратификации в БТСБ.

в толще и на поверхности воды. Поля в толще воды описаны во второй части работы [5].

В настоящей части работы приведены результаты измерений колебаний температуры в толще жидкости и полей течений, создаваемых этими волнами на поверхности воды. Для изучения полей течений на поверхности воды было реализовано распределение температуры с мелким термоклином, который располагался в среднем на глубине 13–15 см. Скорости истечения жидкости из модели коллектора составляли 40, 70, 100 и 150 см/с. При этих условиях с помощью метода PTV (Particle Tracking Velocimetry) были измерены скорости поверхностных течений.

Теоретические расчеты скоростей на поверхности были основаны на модели внутренних волн, описанной во второй части настоящей работы [5]. Сопоставление с данными экспериментов показало, что теория дает завышенные значения скорости на поверхности чистой воды. Предложено объяснение этого расхождения, которое связано с пленками поверхностно-активных веществ (ПАВ) на поверхности воды. В настоящих экспериментах были выполнены измерения модуля упругости пленки и с его использованием сделаны оценки скорости на поверхности с учетом уменьшения ее значения в пограничном слое, обусловленном присутствием упругой пленки. Уточненные оценки скорости хорошо согласуются с результатами измерений.

На основании данных эксперимента с учетом коэффициентов масштабного лабораторного моделирования проведена оценка гидродинамических контрастов в поле поверхностных волн при наличии неоднородного течения, создаваемого на поверхности внутренними волнами в натуральных условиях.

Работа имеет следующую структуру. В пункте 2 приведено описание эксперимента по определению

поля скорости, создаваемого на поверхности воды внутренними волнами. В пункте 3 приводятся теоретические оценки скорости внутренних волн на поверхности и сопоставление их с экспериментальными данными. В пункте 4 обсуждается роль пленки ПАВ на поверхности. Проводится сравнение теоретических оценок скоростей, сделанных с учетом пленки на поверхности, с данными измерений, представленными в пункте 2. В пункте 5 на основании результатов работы сделаны оценки поверхностных проявлений внутренних волн в натуральных условиях.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ СКОРОСТИ, СОЗДАВАЕМОГО НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ ВНУТРЕННИМИ ВОЛНАМИ

### 2.1. Экспериментальные исследования измерения поверхностных течений в БТСБ в условиях мелкого термоклина PTV-методом

В ходе проведения экспериментов по исследованию поверхностных течений, индуцируемых моделью коллектора в условиях мелкого термоклина (см. рис. 1), возникли две основные проблемы.

Первая проблема заключалась в том, что при создании в БТСБ температурной стратификации типа мелкого термоклина (рис. 1) в приповерхностном слое возникали крупномасштабные течения в виде системы из вихрей циклонического и антициклонического направления. Измерения PTV-методом [6] показали, что масштаб отдельного вихря составлял 1.5–2.5 м, максимальные скорости течения в нем достигали 1.3 см/с, а средние скорости составляли 2–4 мм/с. Эти характеристики были определены приближенно, т.к. размер области съемки в обеих сериях экспериментов не позволял полностью охватить всю область, занятую хотя бы одним вихрем. Можно предположить, что вихри были вызваны неоднородным горизонтальным прогревом тонкого верхнего слоя стратификации. Присутствие вихревого течения давало низкочастотный тренд в зависимости скорости от времени, который устранялся с помощью низкочастотной фильтрации реализаций (см. подпункт 2.2).

Вторым фактором, затрудняющим проведение измерений скорости течения на поверхности, является присутствие пленки поверхностно-активных веществ (ПАВ), удалить которую полностью оказалось невозможно.

Были проведены измерения параметров пленки ПАВ с помощью методики, предложенной в работах [7, 8]. При этом с помощью специальной сетки проводилось взятие проб в бассейне, а затем параметры упругости пленок определялись по методу измерения затухания стоячих капиллярно-гравитационных волн. Относительная точность измерения

модуля упругости пленки данным методом составляет 20%.

Всего было проведено 4 измерения: в начале и конце каждой серии экспериментов, их результаты представлены в табл. 1.

Результаты измерений модулей упругости пленки использовались при проведении оценок скорости на поверхности воды (см. пункт 4).

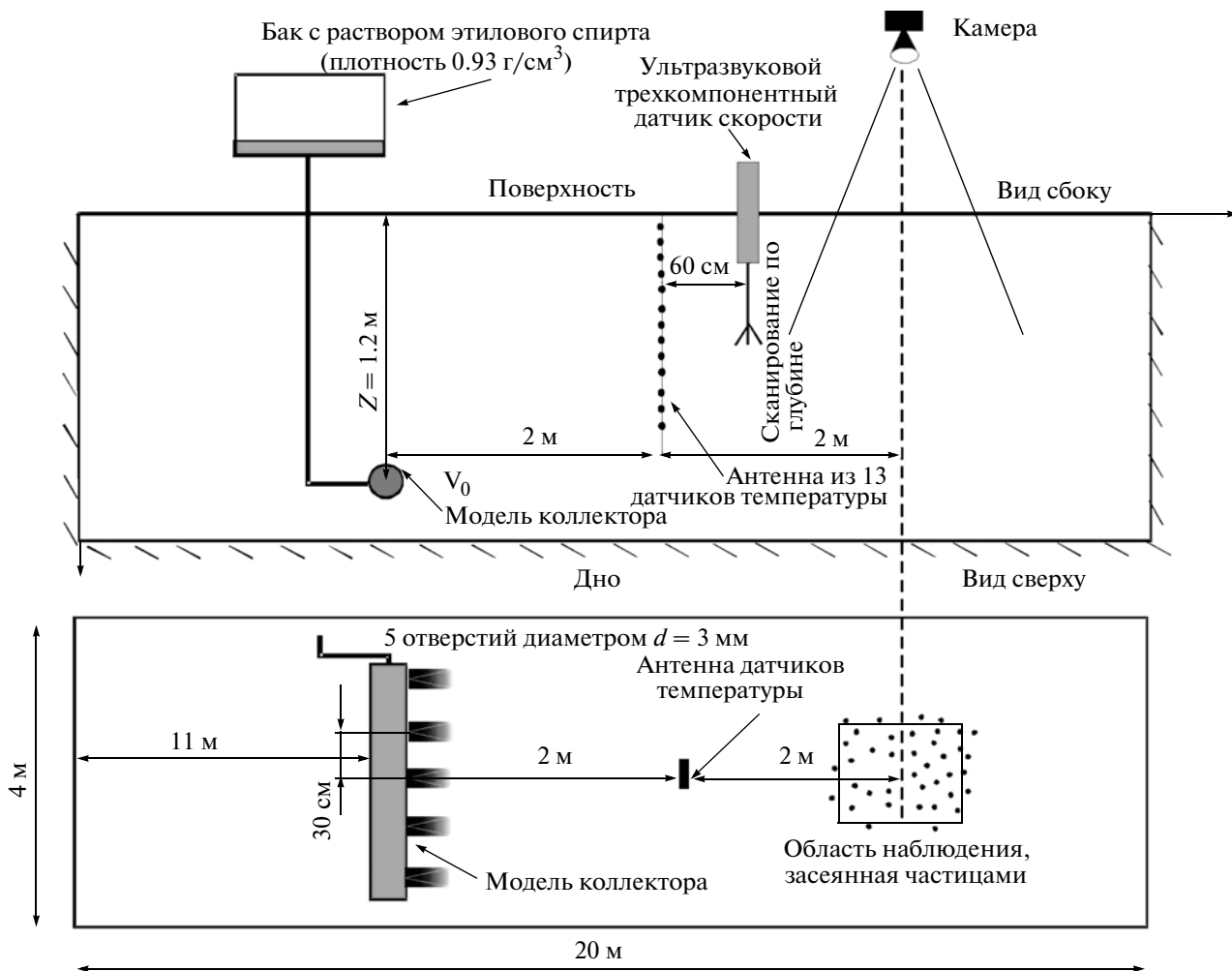
**2.2. Измерение скорости на поверхности воды методом PTV (Particle Tracking Velocimetry)**

Как уже упоминалось выше, в ходе проведения экспериментов в условиях стратификации с мелким термоклинном [5] для измерения скорости поверхностных течений, индуцируемых плавучими струями, использовался метод Particle Tracking Velocimetry (PTV) [6]. При этом ограниченная область наблюдения за поверхностью бассейна засеивалась частицами

**Таблица**

Серия экспериментов	Коэффициент поверхностного натяжения (дин/см)	Модуль упругости $E$ (дин/см)
Начало серии экспериментов S1	67.4	2.1
Конец серии экспериментов S1	67	2.8
Начало серии экспериментов S2	67.5	1.95
Конец серии экспериментов S2	67.1	2.9

черного полиэтилена с характерным размером около 1.5 мм для создания контраста с белым дном (см. схемы экспериментов, приведенные на рис. 2, 3). Движение частиц снималось сверху на цифровую



**Рис. 2.** Общая схема проведения экспериментов на БТСБ ИПФ РАН при расположении датчиков температуры и скорости перед областью наблюдения за поверхностью (серия S1).

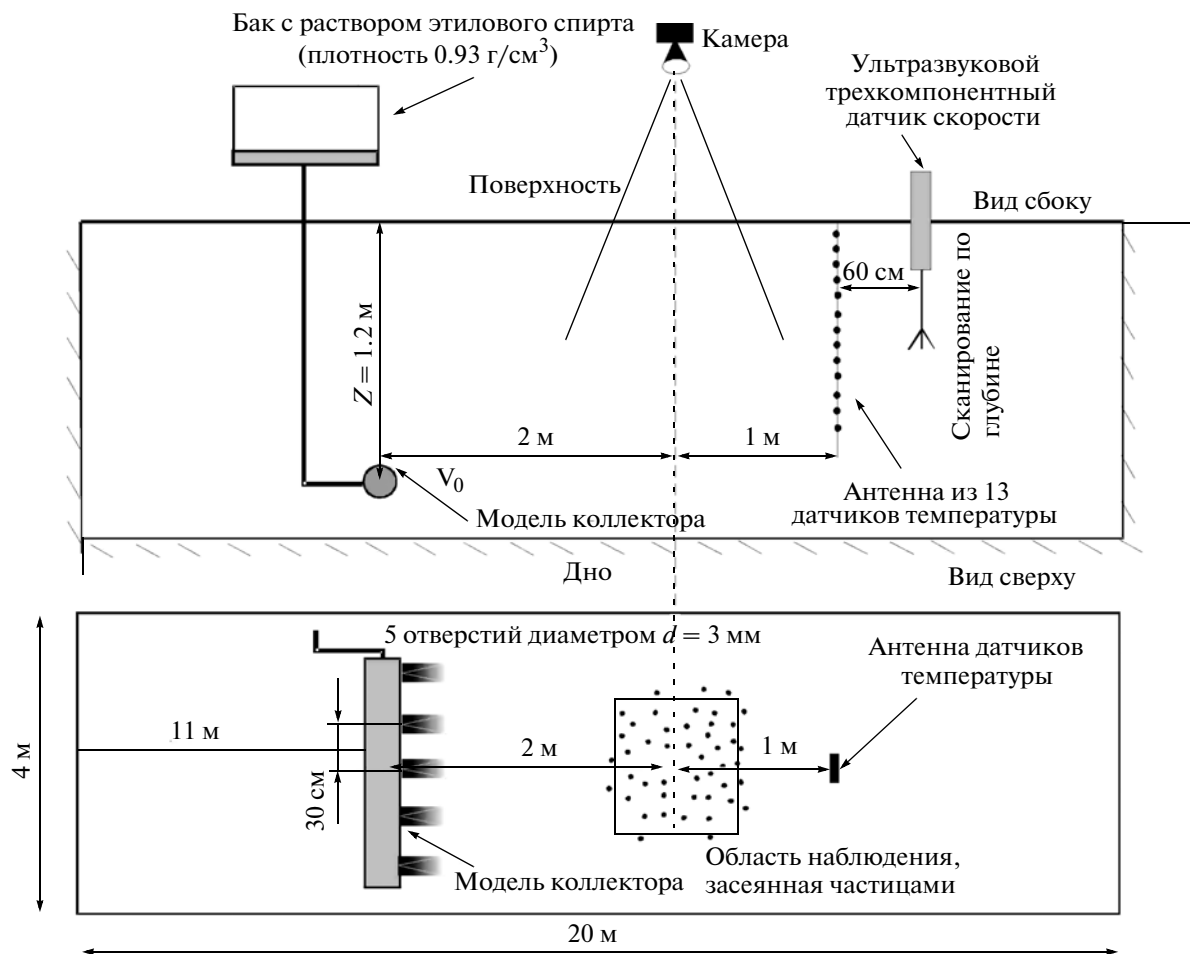


Рис. 3. Общая схема проведения экспериментов на БТСБ ИПФ РАН при расположении датчиков температуры и скорости за область наблюдения за поверхностью (серия S2).

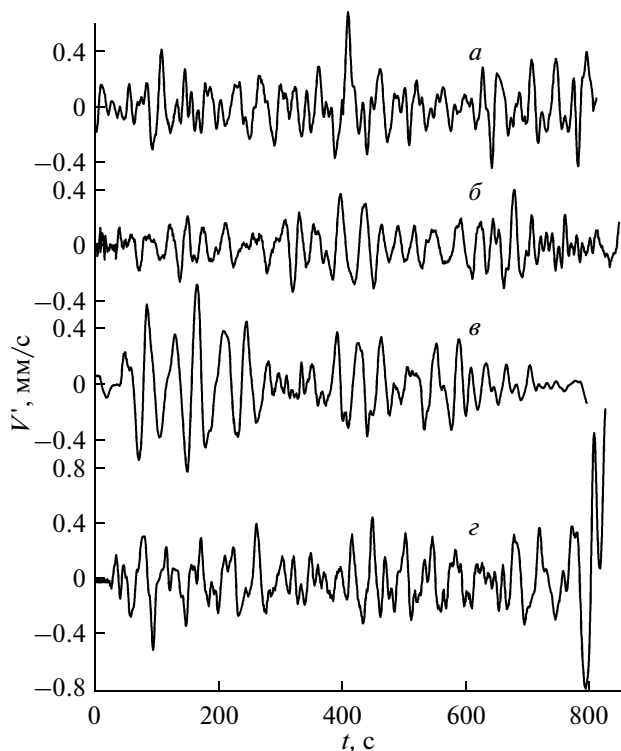
видеокамеру, а полученные временные последовательности изображений затем обрабатывались на компьютере.

Совместить область наблюдения за движением частиц и область расположения датчиков (расстояние между датчиками и центром области наблюдения минимально) в условиях настоящего эксперимента оказалось невозможно, поскольку изображения датчиков мешали правильной идентификации частиц. В связи с этим было проведено 2 серии экспериментов с различным расположением датчиков и области наблюдения относительно модели коллектора. В серии S1 (см. рис. 2) на расстоянии 200 см от модели коллектора располагались вертикальная антенна датчиков температуры, на расстоянии 2 м 60 см находился сканирующий датчик скорости, а на расстоянии 400 см располагался центр области наблюдения, представляющей собой прямоугольник  $60 \times 48$  см, ориентированный длинной стороной вдоль направления распространения струйного течения. В серии экспериментов S2 (см. рис. 3) область

наблюдения за поверхностью располагалась на расстоянии 200 см от модели коллектора. Область имела размеры  $100 \times 80$  см и была ориентирована перпендикулярно направлению течения. Далее на расстоянии 300 см от модели коллектора располагались датчики температуры, а на расстоянии 360 см находился сканирующий датчик скорости.

В классическом PTV-методе обычно измеряют скорость каждой частицы по ее перемещению на кадрах, разделенных определенным временным интервалом, а затем восстанавливают полное поле скорости по значениям скорости в точках нахождения частиц. В настоящих экспериментах из-за наличия фонового течения (см. п. 2.1) число частиц в области наблюдения быстро убывает со временем. В связи с этим оказалось возможным определить только осредненное по области наблюдения значение скорости течения.

Для этого находились траектории частиц, проходящих через эту область и вычислялись их скорости в каждый момент времени. Далее в каждый момент



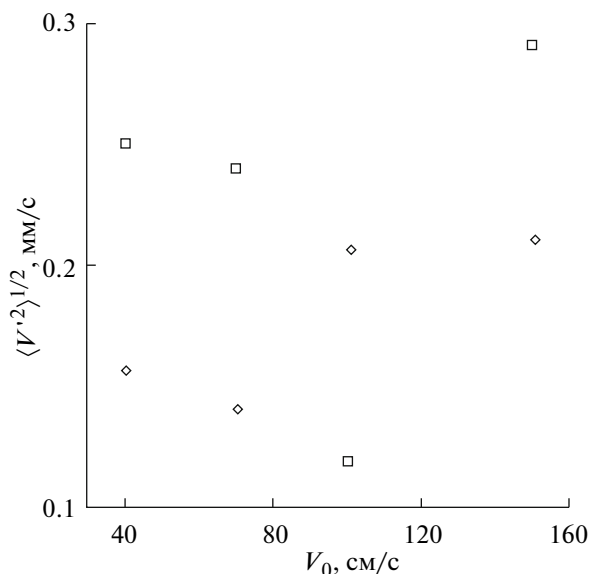
**Рис. 4.** Скорости возмущений на поверхности бассейна, измеренные методом PIV для скоростей истечения жидкости из модели коллектора: *a* – 40 см/с, *б* – 70 см/с, *в* – 100 см/с, *г* – 150 см/с.

времени определялось значение скорости, осредненное по всем частицам, которые в данный момент времени находились в области наблюдения. Чтобы исключить фоновые низкочастотные тренды скорости частиц, обусловленные средними течениями в бассейне (см. п. 2.1), проводилась низкочастотная фильтрация спектров сигналов на частотах ниже 0.02 Гц. Примеры полученных таким образом временных зависимостей средних по области наблюдения скоростей поверхностных течений представлены на рис. 4.

По измеренным временным реализациям определялись величины среднеквадратичных значений скорости течения на поверхности  $\langle V'^2 \rangle^{1/2}$ . Зависимость  $\langle V'^2 \rangle^{1/2}$  от скорости истечения жидкости из модели диффузора коллектора показана на рис. 5. Из рисунка видно, что  $\langle V'^2 \rangle^{1/2}$  изменяется в интервале 0.1–0.3 мм/с.

### 3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ЗНАЧЕНИЙ СКОРОСТИ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ, ВЫЗВАННЫХ ВНУТРЕННИМИ ВОЛНАМИ С ИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Используя представление полей внутренних волн в виде разложения по собственным функциям,



**Рис. 5.** Стандартные отклонения скорости поверхностных течений (квадратики – серия экспериментов S1, ромбики – серия экспериментов S2).

проведенное во второй части настоящей работы [5], можно определить поле скорости на поверхности воды по измеренным колебаниям температуры при известных профилях средней температуры и скорости. Действительно, вертикальная скорость возмущений на любом горизонте  $z$  может быть выражена через смещение жидких частиц по формуле:

$$w = \frac{\partial \xi}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} = ik(U_0 - c)\xi. \quad (1)$$

Тогда, с учетом соотношений

$$\begin{aligned} w &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -ik\psi = ik(U_0 - c)\xi, \\ \psi &= -(U_0 - c)\xi, \\ u &= \frac{\partial \psi}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2)$$

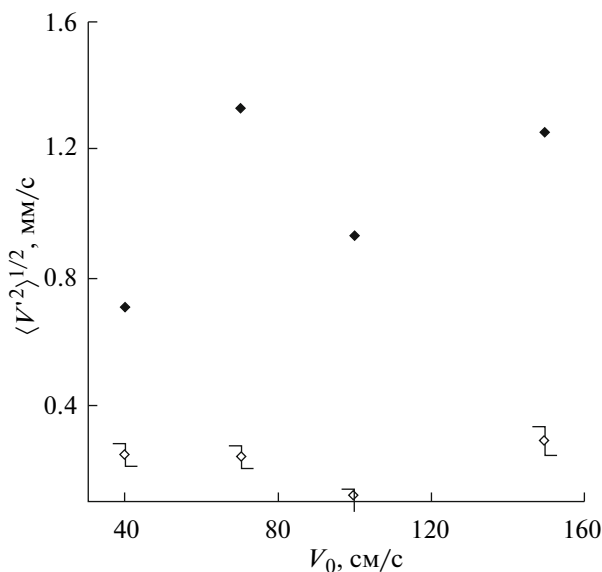
легко получить выражение для горизонтальной скорости частиц  $u$  через смещение  $\xi$ :

$$u(z, t) = (c - U_0) \frac{\partial \xi}{\partial z} - \xi \frac{dU_0}{dz}. \quad (3)$$

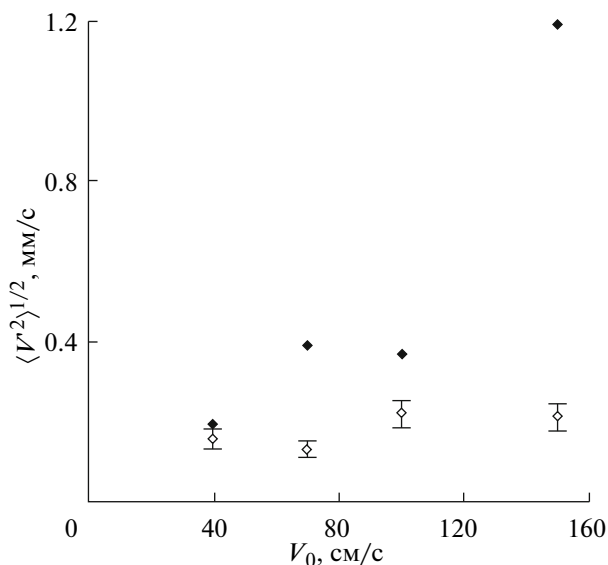
Во второй части настоящей работы [5] было показано, что поле внутренних волн может быть представлено в виде суперпозиции первых двух мод внутренних волн. Тогда можно представить соотношение для смещения жидких частиц в виде разложения

$$\xi(z, t) = A(t)\phi_1(z) + B(t)\phi_2(z), \quad (4)$$

где  $\phi_1(z)$ ,  $\phi_2(z)$  – первая и вторая собственные моды системы. Учитывая равенство нулю производной



**Рис. 6.** Стандартные отклонения скорости поверхностных течений (серия экспериментов S1): черные ромбики – теоретические оценки без учета влияния пленки, светлые ромбики – результаты измерения PTV-методом.



**Рис. 7.** Стандартные отклонения скорости поверхностных течений (серия экспериментов S2): черные ромбики – теоретические оценки без учета влияния пленки, светлые ромбики – результаты измерения PTV-методом.

средней скорости на поверхности воды  $\frac{dU_0}{dz}|_{z=0} = 0$ , получим:

$$u|_{z=0} = u_0 = A(t)(c_1 - U_0) \frac{d\phi_1}{dz}|_{z=0} + B(t)(c_2 - U_0) \frac{d\phi_2}{dz}|_{z=0}, \quad (5)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  – фазовые скорости первой и второй мод соответственно.

Как было отмечено в пункте 2, при обработке сигнала на поверхности бассейна производилась низкочастотная фильтрация с частотой отсечки 0.02 Гц. Подобная процедура была проведена для каждой изотермы во всех реализациях эксперимента, а затем было выполнено разложение поля смещений изотерм по модам, откуда были определены временные зависимости коэффициентов разложения по модам  $A(t)$  и  $B(t)$ . Значения производных собственных функций на поверхности находились на основании решения граничной задачи на собственные функции и собственные значения (см. формулы (6)–(7) в [5]). С использованием полученных соотношений по формуле (5) рассчитывались временные зависимости скорости поверхностных течений. Затем они сравнивались с результатами измерений поверхностных течений PTV-методом.

На рис. 6, 7 приведены зависимости средней амплитуды скорости поверхностных течений от скорости истечения жидкости из модели коллектора, по-

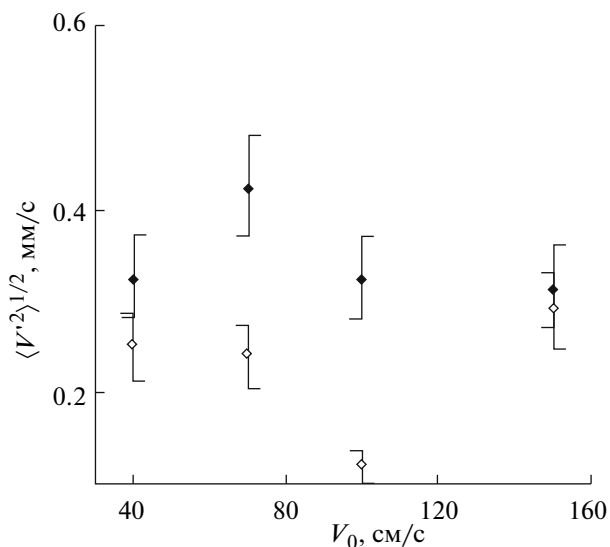
лученные теоретически и экспериментально. Из этих рисунков видно, что теоретические оценки значительно (примерно в 2–5 раз) превышают результаты эксперимента. Для объяснения этого расхождения было учтено наличие пленки ПАВ на поверхности воды (модули упругости пленки, измеренные экспериментально, приведены в табл. 1).

#### 4. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПЛЕНОК ПАВ НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

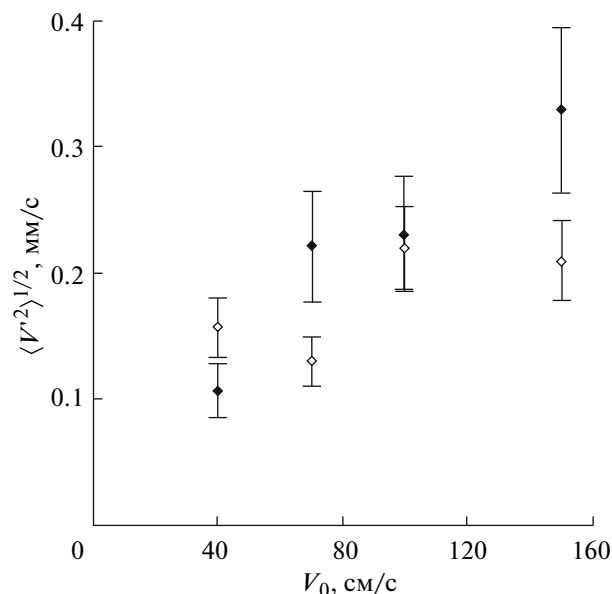
В присутствии пленки ПАВ вблизи поверхности воды формируется волновой пограничный слой, в котором происходит значительное изменение скорости жидкости по сравнению с ее значением вне пограничного слоя. Для описания изменения структуры моды внутренних волн в присутствии пленки ПАВ необходимо учесть молекулярную вязкость воды. В этом случае на свободной поверхности воды требуется ввести дополнительное граничное условие непрерывности тангенциальных напряжений с учетом упругости пленки [9]:

$$v \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{d\sigma}{d\Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial x}, \quad (6)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\Gamma$  – поверхностная концентрация пленки ПАВ,  $v$  – коэффициент молекулярной вязкости.



**Рис. 8.** Стандартные отклонения скорости поверхностных течений (серия экспериментов S1): черные ромбики – теоретические оценки с учетом влияния пленки, светлые ромбики – результаты измерения PTV-методом.



**Рис. 9.** Стандартные отклонения скорости поверхностных течений (серия экспериментов S2): черные ромбики – теоретические оценки с учетом влияния пленки, светлые ромбики – результаты измерения PTV-методом.

Масштаб волнового пограничного слоя  $\delta$  определяется частотой волны  $\omega$  и молекулярной вязкостью  $\nu$ :

$$\delta = \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}, \tag{7}$$

причем для внутренних волн в БТСБ надежно выполняется условие

$$k\delta \ll 1. \tag{8}$$

В этом случае задачу о влиянии пленки ПАВ на структуру внутренних волн можно решать методом сращивания асимптотических разложений [10]. При этом вне пограничного слоя волновое поле описывается системой уравнений идеальной гидродинамики стратифицированной жидкости (внешнее решение) [11], а внутри пограничного слоя возмущения горизонтальной скорости  $u$  удовлетворяют уравнению диффузии (внутреннее решение):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}. \tag{9}$$

Процедура сращивания внешнего и внутреннего решений дает граничное условие для уравнения (9) при  $z \rightarrow \infty$ :

$$u|_{z \rightarrow \infty} = U_0 e^{-i(\omega t - kx)}, \tag{10}$$

где  $U_0$  задается формулой (5).

При выполнении условия (8) граничное условие (6) примет вид:

$$\nu \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{d\sigma}{d\Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial x}.$$

Применяя уравнение для поверхностной концентрации ПАВ [9]:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\Gamma_0 u) = 0,$$

получим окончательно граничное условие на возмущения горизонтальной скорости на поверхности:

$$\nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} \right) = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{z=0}, \tag{11}$$

где  $E = -\Gamma_0 \frac{d\sigma}{d\Gamma}$  – модуль упругости пленки.

Решение уравнения (9) с граничным условием (10) имеет вид:

$$u(x, z, t) = \left( U_0 + U_\nu \exp\left( \frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} z \right) \right) e^{-i(\omega t - kx)}. \tag{12}$$

Подставляя решение (12) в граничное условие (11), получим:

$$U_\nu = \frac{U_0 \left( 1 - \sqrt{\left( \frac{Ek^2}{\sqrt{\omega^3 \nu}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{2}} \right)}{\sqrt{\left( \frac{Ek^2}{\sqrt{\omega^3 \nu}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{2}}}. \tag{13}$$

Тогда амплитуда горизонтальной скорости, индуцированной внутренней волной на поверхности воды в присутствии пленки ПАВ  $U_0 + U_v$ , будет определяться выражением:

$$U_0 + U_v = \frac{U_0}{\sqrt{\left(\frac{Ek^2}{\omega^3 v} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2}}}. \quad (14)$$

Теоретические оценки значений скорости на поверхности по формуле (14) сопоставлялись с данными измерений (рис. 8, 9). Значения модуля упругости  $E$ , используемые для оценок, приведены в табл. 1. Оценка погрешности теоретических значений определялась погрешностью измерения  $E$ , которая составляла 20% [7, 8]. Из рисунков видно, что полученные теоретические оценки находятся в значительно лучшем согласии с экспериментальными результатами, чем на рис. 6, 7.

Итак, эксперименты показали, что в присутствии внутренних волн, излучаемых при истечении жидкости из модели подводного коллектора, на поверхности воды возникают течения с пространственными периодами, определяемыми длинами внутренних волн. Их масштабы указаны в табл. 2 второй части настоящей работы [5] и составляют от 30 до 160 см. Величины стандартных отклонений скоростей в присутствии пленки ПАВ на поверхности воды принимают значения от 0.1 до 0.3 мм/с, что соответствует амплитудам от 0.15 до 0.45 мм/с. Сравнение с рис. 5 показывает, что на чистой поверхности воды эти значения составляли бы от 1 до 2 мм/с.

Следует подчеркнуть, что проведенные эксперименты проводились при выполнении условий масштабного моделирования. В связи с этим, используя коэффициенты моделирования [12], можно оценить величины течений создаваемых вблизи подводного коллектора в натуральных условиях, параметры излучаемых внутренних волн и величину их поверхностных проявлений, а также сделать выводы о возможности дистанционной диагностики таких волн. В настоящем лабораторном эксперименте коэффициент масштабного моделирования по величине скорости составляет 1 : 3, а коэффициент геометрического подобия составляет 1 : 27. С учетом этого получим, что в настоящем эксперименте моделировалась стратификация с толщиной пикноклина около 4 м, длины внутренних волн составляли от 8 до 43 м, фазовые скорости волн – 5–10 см/с, а скорости на поверхности 0.3–0.6 см/с.

##### 5. О ВОЗМОЖНОСТИ ДИСТАНЦИОННОЙ ДИАГНОСТИКИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПРОЯВЛЕНИЙ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

Оценим гидродинамические контрасты в поле поверхностных волн, которые могут вызвать по-

верхностные течения, скорости которых определены в пункте 4. Для этого воспользуемся кинетическим уравнением для спектральной плотности волнового действия

$$N(k) = E(k)/\Omega_0(k), \quad (15)$$

где  $\Omega_0(k)$  – собственная частота волн, а  $E(k)$  – спектр энергии волн [13]:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial k} \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial \Omega}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial k} = B[N, U]N + \text{Int}[N], \quad (16)$$

$B[N, U]$  – инкремент волн, зависящий от спектра волнения  $N$  и  $U$ -параметра, характеризующего скорость ветра (в дальнейшем в качестве  $U$  используется  $u_*^2$  – квадрат скорости вязкого трения, пропорциональный касательному турбулентному напряжению),  $\Omega$  – круговая частота,  $k$  – волновое число,  $\text{Int}[N]$  – “интеграл столкновений”, определяющий нелинейное взаимодействие волн.

Если на поверхности воды присутствует поле течений, создаваемое внутренними волнами,  $u_{1w}$ , то оно создает возмущения спектра поверхностных волн –  $N_1$ . При условии их малости по сравнению с невозмущенными значениями  $N = N_0$  по ним можно разложить  $B[N, U]$  и  $\text{Int}[N]$  в ряд Тейлора.

С учетом эффекта Доплера выражение для круговой частоты поверхностных волн с волновым числом  $k$  в лабораторной системе отсчета запишется следующим образом:

$$\Omega = \Omega_0(k) + ku_{1w}(x, t), \quad (17)$$

где  $\Omega_0(k)$  – дисперсионное уравнение для гравитационно-капиллярных волн на покоящейся воде.

Выражения для “интегралов столкновения” в правой части (16) хорошо известны (см., например, [13]), но сложны для использования в прикладных расчетах. Ряд авторов использовали различные модификации так называемых релаксационных моделей для аппроксимации интеграла столкновений в (16) [14, 15]. Воспользуемся моделью, предложенной в [16].

Пусть  $N_0(k)$  – равновесный спектр ветровых волн. Он удовлетворяет уравнению

$$B[N_0, U] + \text{Int}[N_0] = 0. \quad (18)$$

Рассмотрим пространственно-однородное возмущение  $N_1$  равновесного спектра ветровых волн  $N_0(k)$ . Тогда  $N = N_0 + N_1$ . Если  $N_1 \ll N_0$ , то уравнение (16) можно линеаризовать:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial t} = & \frac{\delta}{\delta N_0} B[N_0] N_1 N_0 + \\ & + B[N_0] N_1 + \frac{\delta}{\delta N_0} \text{Int}[N_0] N_1. \end{aligned} \quad (19)$$



Можно искать решение (19) в виде

$$N_1 = N_{10}(k) \exp(-\beta_r(k)t), \quad (20)$$

где  $\beta_r(k)$  – скорость релаксации. Подставив (20) в (19), получим

$$-\beta_r N_1 = \left[ \frac{\delta}{\delta N_0} B[N_0] N_0 + B[N_0] + \frac{\delta}{\delta N_0} \text{Int}[N_0] \right] N_1. \quad (21)$$

Выражение в квадратных скобках представляет собой оператор, а  $\beta_r$  – его собственное значение. Для возмущения интеграла столкновений в работе [15] предложена релаксационная аппроксимация:

$$\begin{aligned} & \frac{\delta}{\delta N_0} \text{Int}[N_0] N_1 = \\ & = \left[ -\frac{\delta}{\delta N_0} B[N_0] N_0 - B[N_0] - \beta_r \right] N_1. \end{aligned} \quad (22)$$

С учетом аппроксимации (22) и выражения (17) для  $\Omega$  получим из (19)

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} + v_{\text{гp}} \frac{\partial N_1}{\partial x} - k \frac{\partial u_{w1}}{\partial x} \frac{dN_0}{dk} = -\beta_r N_1. \quad (23)$$

Будем считать для простоты, что зависимость  $u_{1w}$  от  $x$  – гармоническая:

$$u_{1w} = u_{10w} e^{-i(\omega t - qx)}, \quad (24)$$

тогда

$$N_1 = N_{10} e^{-i(\omega t - qx)}. \quad (25)$$

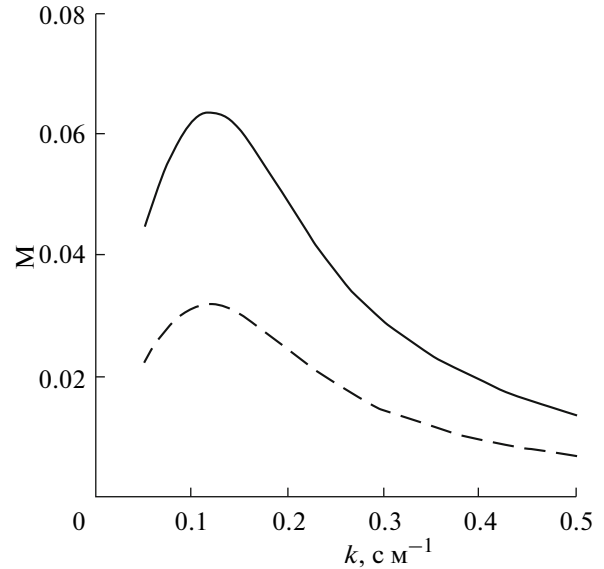
Подставив (24) и (25) в (23), получим

$$N_{10} = \frac{i q u_{10w} k \frac{dN_0}{dk}}{i q \left( \frac{d\Omega_0}{dk} - \frac{\omega}{q} \right) + \beta_r}. \quad (26)$$

В качестве времени релаксации в [15] рекомендуется взять величину, пропорциональную скорости нарастания плотности энергии поверхностных волн с коэффициентом 2–5. Мы воспользовались формулой Планта [16] и приняли значение коэффициента пропорциональности 2, тогда

$$\beta_r = 0.08 \frac{u_*^2}{c^2} \Omega_0, \quad (27)$$

где  $c = \sqrt{g/k + \sigma k}$ ;  $\Omega_0 = \sqrt{gk + \sigma k^3}$ . Предположим, что форма спектра возвышения поверхности в поверхностных волнах описывается спектром насыщения Филлипса [17]:  $E(k) = \alpha k^{-4}$ , тогда спектр волнового действия  $N_0(k) = E(k)/\Omega_0(k) = \alpha k^{-4} / \sqrt{gk + \sigma k^3}$ . С учетом этого из (26) можно



**Рис. 10.** График зависимости коэффициента модуляции коротких волн  $M(k)$  для следующих параметров внутренних волн и течений на поверхности:  $\omega/q = 9.6$  см/с,  $u_* = 18$  см/с,  $u_{10w} = 0.6$  см/с (сплошная линия) и  $u_{10w} = 0.3$  см/с (штриховая линия).

оценить коэффициент модуляции спектральной плотности гармоники с волновым числом  $k$ :

$$\begin{aligned} M(k) &= \frac{N_{10}}{N_0} = \\ &= -\frac{i u_{10w} (4 + 0.5(g + 3\sigma k^2)) / (g + \sigma k^2)}{i \left( \frac{g + 3\sigma k^2}{2\sqrt{gk + \sigma k^3}} - \frac{\omega}{q} \right) + 0.08 \frac{u_*^2 k^2}{q\sqrt{gk + \sigma k^3}}}. \end{aligned} \quad (28)$$

График зависимости модуля коэффициента модуляции  $|M(k)|$  представлен на рис. 10 для следующих параметров внутренних волн и течений на поверхности:  $\omega/q = 9.6$  см/с,  $u_* = 18$  см/с (скорость ветра примерно 5 м/с),  $u_{10w} = 0.6$  см/с (сплошная линия) и  $u_{10w} = 0.3$  см/с (пунктирная линия). Видно, что максимум контраста достигается при  $k = 0.12$  см<sup>-1</sup> (длина волны примерно 50 см) и составляет 0.035–0.07. Такие контрасты могут быть выделены с использованием пространственной спектральной обработки изображений [1, 2].

Заметим, что можно ожидать усиления гидродинамического контраста на коротких нелинейных волнах, представляющих собой гармоники волн дециметрового диапазона: так называемых связанных волнах [18, 19]. Для таких волн в работах [20, 21] на основании лабораторных экспериментов было показано резкое усиление контраста волн сантиметрового и миллиметрового диапазонов по сравнению с дециметровыми волнами в присутствии неоднородных течений. При этом в [20, 21] отмечалось увели-

чение коэффициентов модуляции связанных см- и мм-волн по сравнению с дм-волнами в 7–8 раз. Если воспользоваться для оценок этими величинами, то можно ожидать высоких гидродинамических контрастов в связанных см- и мм-волнах порядка 0.25–0.6. Следует заметить, что в натуральных условиях в поле ветровых волн наряду со связанными короткими волнами присутствуют свободные волны, которые слабо модулируются в присутствии рассматриваемых здесь внутренних волн из-за двух причин: сильной отстройки от группового резонанса и малого времени релаксации. Согласно измерениям Планта [22], доля связанных волн при скорости ветра 5 м/с равна 0.5. Это дает оценку контраста в поле коротких волн, равную 0.12–0.3, которая уверенно обнаруживается дистанционными методами [1, 2].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для исследования поверхностных проявлений глубинных стоков в Большом термостратифицированном бассейне ИПФ РАН выполнено масштабное моделирование возбуждения внутренних волн турбулентными плавучими струями, выходящими из диффузоров подводных сбросовых систем, в условиях температурной стратификации с мелким термоклином.

С использованием модифицированного метода Particle Tracking Velocimetry (PTV) измерены скорости течений, создаваемых внутренними волнами на поверхности воды в бассейне. Величины скоростей на поверхности в этом лабораторном эксперименте были значительно редуцированы за счет присутствия пленки поверхностно-активных веществ, устранить которую полностью не удалось. В связи с этим были выполнены специальные измерения параметров пленки и сделаны оценки ее воздействия на поверхностные скорости. При известных параметрах пленки оказалось возможным оценить значения скоростей, которые создавались бы внутренними волнами на поверхности чистой воды. Амплитуды колебаний скорости, оцененные таким образом, составляли 0.1–0.2 см/с.

С учетом коэффициентов масштабного моделирования оценены параметры внутренних волн (в частности, длины волн, изменяющиеся от 8 до 45 м), излучаемых глубоководным стоком, и величины их поверхностных проявлений в натуральных условиях. Сделана оценка гидродинамических контрастов в поле поверхностных волн, которые могут быть вызваны этими неоднородными течениями на поверхности. При скорости ветра 5 м/с величина контраста в поле коротких волн может достигать 10–25%, что уверенно обнаруживается дистанционными методами.

Авторы выражают благодарность академику А.В. Гапонову-Грехову, профессору К.Д. Сабини-

ну и доктору О.А. Дружинину за стимулирующие дискуссии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 06-05-64473, 06-05-64890, 07-05-00565-а, 08-05-97013-р\_поволжье\_а, 09-05-00779-а, 09-05-00487, 09-05-00368, НШ-1244.2008.2), ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” 2009–2013 годы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бондур В.Г.* Аэрокосмические методы в современной океанологии // Новые идеи в океанологии. Т. 1: Физика. Химия. Биология. М.: Наука, 2004. С. 55–117.
2. *Bondur V.* Complex Satellite Monitoring of Coastal Water Areas 31st International Symposium on Remote Sensing of Environment. ISRSE, 2006. 7 p.
3. *Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В.* Дистанционная индикация антропогенных воздействий на морскую среду, вызванных заглубленными стоками: моделирование, эксперимент // Исследование Земли из космоса. 2001. № 6. С. 1–19.
4. *Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В., Ежова Е.В. и др.* Поверхностные проявления внутренних волн, излучаемых заглубленной турбулентной струей. Часть 1. Механизм генерации внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 6. С. 833–845.
5. *Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В., Ежова Е.В. и др.* Поверхностные проявления внутренних волн, излучаемых заглубленной турбулентной струей. Часть 2. Поле внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 46. № 3. С.
6. *Adrian R.J.* Particle Imaging techniques for experimental fluid mechanics // Annu. Rev. Fluid Mech. 1991. V. 23. P. 261–304.
7. *Ермаков С.А., Кияшко С.В., Коннов И.Р.* О возможности определения параметра упругости поверхностно-активных пленок по измерению затухания стоячих капиллярно-гравитационных волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32. № 4. С. 544–547.
8. *Ermakov S.A., Kijashko S.V.* Laboratory study of the damping of parametric ripples due to surfactant films // Marine surface films. Gamburg: Springer, 2006. P. 113–128.
9. *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: ФМЛ, 1959. 700 с.
10. *Найфэ А.Х.* Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 456 с.
11. *Госсард Э., Хук У.* Волны в атмосфере. М.: Мир, 1978. 532 с.
12. *Троицкая Ю.И., Сергеев Д.А., Ежова Е.В. и др.* Автогенерация внутренних волн всплывающими струями в стратифицированном бассейне // ДАН. Т. 419. № 5. С. 691–695.
13. *Hasselmann K.* On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Pt 1. General theory // J. Fluid. Mech. 1962. V. 12. P. 481–500.

14. Hara T., Plant W.J. Hydrodynamic modulation of short wind-wave spectra by long waves and its measurement using microwave backscatter // *J. Geophys. Res.* 1994. V. 99. № C5. P. 9767–9784.
15. Keller W.C., Wright J.W. Microwave scattering and the straining of wind generated waves // *Radio Science.* 1975. V. 10. P. 139–147.
16. Plant W.J. A relationship between wind stress and wave slope // *J. Geophys. Res.* 1982. V. 87. № C3. P. 1961–1967.
17. Phillips O.M. The equilibrium range in the spectrum of wind generated water waves // *J. Fluid Mech.* 1958. V. 4. P. 426–434.
18. Ермаков С.А., Салашин С.Г. Об эффекте сильной модуляции капиллярно-гравитационной ряби внутренними волнами // *Доклады РАН.* 1994. Т. 337. № 1. С. 108–111.
19. Ermakov S.A., Sergievskaya I.A., Shchegolkov Yu.B. et al. Wave tank study of “cascade” modulation of bound capillary-gravity waves due to internal waves // *Proc. IGARSS. IEEE.* 2000. V. III. P. 1087–1089.
20. Gade M., Alpers W., Ermakov S.A. et al. Wind-wave tank measurements of bound and freely propagating short gravity-capillary waves // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103. № C9. P. 21697–21710.
21. Plant W.J., Keller W.C., Hesany V. et al. Bound waves and Bragg scattering in a wind wavetank // *J. Geophys. Res.* 1999. V. 104. № C2. P. 3243–3263.
22. Plant W.J. A new interpretation of sea-surface slope probability density functions // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108. № C9. P. 3295. doi: 10.1029/2003JC001870.

## Surface Manifestations of Internal Waves Investigated by a Subsurface Buoyant Jet: 3. Surface Manifestations of Internal Waves

V. G. Bondur<sup>a</sup>, Yu. V. Grebenyuk<sup>a</sup>, E. V. Ezhova<sup>b</sup>, V. I. Kazakov<sup>b</sup>,  
D. A. Sergeev<sup>b</sup>, I. A. Soustova<sup>b</sup>, and Yu. I. Troitskaya<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Aerokosmos Scientific Center of Aerospace Monitoring, Gorokhovii per. 4, Moscow, 105064 Russia*  
*e-mail: vgbondur@aerocosmos.info*

<sup>b</sup> *Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhni Novgorod, 603950 Russia*  
*e-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru*

Received August 12, 2009; in final form, February 3, 2010

**Abstract**—In a large test reservoir at the Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, a series of experiments were performed to investigate the surface manifestations of internal waves radiated by a subsurface buoyant jet. The field of currents on the water surface of the reservoir was studied through the distribution of temperature with shallow thermocline. Using Particle Tracing Velocimetry (PTV), the velocity field of surface currents was measured. A theoretical model was developed to calculate the rates of disturbances on the surface. A comparison with experimental data indicated that the calculated data of the surface rate value are overestimated. This discrepancy was explained by the presence of a film of surface-active substances (SASs) with experimentally obtained parameters. Using scale modeling coefficients, we estimated the parameters of internal waves radiated by the subsurface wastewater system and the values of their surface manifestations in field conditions. We estimated the hydrodynamic contrasts in the field of surface waves, which can be caused by these inhomogeneous currents on the surface. For a wind velocity of 5 m/s, the magnitude of the contrast in the field of short waves can reach up to 10–25%, which is detected with confidence by remote-sensing methods.